

**Feuille d'exercices n° 2**  
**Dénombrément - Probabilités finies**

---

- 1 – Quelle est la probabilité pour que, dans un groupe de  $n$  personnes choisies au hasard, deux personnes au moins aient la même date d'anniversaire ? (On considère que l'année a 365 jours, tous équiprobables). On vérifiera que pour  $n \geq 23$  cette probabilité est-elle supérieure à  $\frac{1}{2}$ .
  
- 2 – Dix-huit personnes se sont présentées à une collecte de sang. Il y avait 11 personnes du groupe  $O$ , 4 personnes du groupe  $A$ , 2 personnes du groupe  $B$ , 1 personne du groupe  $AB$ . A l'issue de la collecte, on prélève au hasard 3 flacons parmi les 18 flacons obtenus. Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :
  - a– Les sangs des 3 flacons appartiennent au même groupe.
  - b– Parmi les 3 flacons prélevés, il y a au moins 1 flacon contenant du sang du groupe  $A$ .
  - c– Les sangs des 3 flacons appartiennent à 3 groupes différents.
  
- 3 – On extrait huit cartes d'un jeu de 52 cartes (bien battues). Quelle est la probabilité que
  - a– 4 cartes soient des as,
  - b– 4 cartes soient des as et 2 cartes soient des rois,
  - c– l'on ait 3 cartes de la même couleur et 3 autres cartes d'une autre même couleur,
  - d– au moins une carte soit un as.
  
- 4 – On propose un questionnaire comprenant 10 questions qui comportent chacune deux réponses possibles, vrai, faux. Pour tester si une personne interrogée répond au hasard, c'est-à-dire que pour toute question chaque réponse est équiprobable, on adopte la règle suivante : si au moins 7 des réponses sont justes, on admet que la personne interrogée n'a pas répondu au hasard. Sinon, on admet la conclusion contraire.
  - a– Quelle est la probabilité de rejeter l'hypothèse "la personne interrogée a répondu au hasard" lorsque celle-ci est vraie ?
  - b– Même problème lorsque chaque question comporte 3 réponses dont une seule est vraie ?
  
- 5 – Une étude statistique montre qu'un nouveau-né a une probabilité de 0,47 d'être une fille.
  - a– Quelle est la probabilité pour qu'une famille de cinq enfants comporte 5 filles ?
  - b– Quelle est la probabilité pour qu'une famille de 4 enfants comporte 2 garçons et 2 filles ?

- 6 – Un service hospitalier reçoit des malades dont 40 % sont atteints de la maladie  $A$ , 30 % de la maladie  $B$ , 30 % de la maladie  $C$ . On suppose que chaque patient est atteint d'une seule maladie. Parmi les malades de  $A$  il y a 50 % de fumeurs, parmi ceux qui sont atteints de  $B$  il y a 60 % de fumeurs et parmi ceux de  $C$  il y a 40 % de fumeurs. Quel est le pourcentage de fumeurs dans l'ensemble des malades ?
- 7 – Dans une population, un sujet a une probabilité de 0,3 d'être atteint d'une maladie  $M$ . On sait que si un sujet n'est pas atteint de  $M$ , il a 9 chances sur 10 de répondre négativement à un test  $T$  et que s'il est atteint de  $M$ , il a 8 chances sur 10 de répondre positivement à  $T$ . On fait le test. Si le résultat est positif, quelle est la probabilité pour que le sujet soit malade ? Quelle est cette probabilité si le test est négatif ?
- 8 – Une boîte  $B_1$  contient 3 billes rouges et 2 billes bleues et une boîte  $B_2$  contient 2 billes rouges et 8 billes bleues. On lance une pièce de monnaie : si le résultat est "face", on tire une bille de  $B_1$  et si le résultat est "pile", on tire une bille de  $B_2$ .
- a– Quelle est la probabilité de tirer une bille rouge ?
- b– On suppose que le résultat du lancer de la pièce est caché, mais que l'on sait que le tirage a donné une bille rouge. Quelle est la probabilité pour que le lancer de la pièce est donné "face" ?
- 9 – Dans une population  $\mathcal{P}$  deux maladies  $M_1$  et  $M_2$ , sont présentes respectivement chez 10 % et 20 % des individus (le nombre de ceux qui souffrent des deux maladies est négligeable). On entreprend un dépistage systématique des maladies  $M_1$  et  $M_2$ . Pour cela on applique un test qui réagit à la maladie sur 90 % des malades de  $M_1$ , sur 70 % des malades de  $M_2$  et sur 10 % des individus qui n'ont aucune de ces deux affections.
- a– Quand on choisit au hasard un individu  $x$  de  $\mathcal{P}$ , quelle est la probabilité pour que le test réagisse ?
- b– Sachant que pour cet individu  $x$  le test a réagi, donner les probabilités pour que ce soit à cause de la maladie  $M_1$ , à cause de la maladie  $M_2$ , sans que  $x$  n'ait l'une des deux maladies.